

Cognome

Nome

Matr.

c.l. Fisica

Analisi 2

prof. Molteni/Peloso

13 Giugno 2016

II prova intermedia

versione A

1a] (6 p.ti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - y'' + 9y' - 9y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 4 \\ y''(0) = 10 \end{cases}$$

Risp.

2a] (4 p.ti) Qual è il dominio di convergenza delle serie $\Sigma_1 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 3n + 1}{7 \sin n + 8n^3} x^n$, $\Sigma_2 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^4 + 1}{2^n + 8} x^n$?

Risp. (Σ_1)

(Σ_2)

3a] (4 p.ti) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia $f_n(x) := \frac{n + xn^3}{n^3 + 3x^2n}$.

(a) Su quale dominio D e per quale funzione f la sequenza converge puntualmente ad f in D ?

(b) La convergenza è uniforme in \mathbb{R} ?

(c) La convergenza è uniforme in $[-10, 10]$?

Risp. (a)

(b)

(c)

4a] (4 p.ti) Trovare tutti i punti stazionari di $f(x, y) := (x + y)y^2 - x + y$ e per ciascuno di essi stabilire se si tratti di un punto di massimo, di minimo o di un punto di sella.

Risp.

5a] (6 p.ti) Descrivere l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$y'' - y' - 12y = 2 - 12x$$

Risp.

6a] (6 p.ti) Discutere l'esistenza ed unicità delle soluzioni **locali** del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 4x\sqrt{y+3} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di α in \mathbb{R} , e (se possibile), determinarle esplicitamente.

Risp.

Cognome

Nome

Matr.

c.l. Fisica

Analisi 2

prof. Molteni/Peloso

13 Giugno 2016

II prova intermedia

versione B

1b] (4 p.ti) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia $f_n(x) := \frac{xn^4 + 5n^2}{3x^2n + 2n^4}$.

(a) Su quale dominio D e per quale funzione f la sequenza converge puntualmente ad f in D ?

(b) La convergenza è uniforme in \mathbb{R} ?

(c) La convergenza è uniforme in $[-25, 25]$?

Risp. (a)

(b)

(c)

2b] (6 p.ti) Descrivere l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$y'' + 3y' - 10y = 7x - 20$$

Risp.

3b] (4 p.ti) Trovare tutti i punti stazionari di $f(x, y) := (y - x)x^2 - x - y$ e per ciascuno di essi stabilire se si tratti di un punto di massimo, di minimo o di un punto di sella.

Risp.

4b] (4 p.ti) Qual è il dominio di convergenza delle serie $\Sigma_1 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 7n}{5 + 3^n} x^n$, $\Sigma_2 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 3n}{2n^3 + 7 \log n} x^n$?

Risp. (Σ_1)

(Σ_2)

5b] (6 p.ti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - 2y'' + 4y' - 8y = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = -4 \\ y''(0) = -8 \end{cases}$$

Risp.

6b] (6 p.ti) Discutere l'esistenza ed unicità delle soluzioni **locali** del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 8x\sqrt{y-2} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di α in \mathbb{R} , e (se possibile), determinarle esplicitamente.

Risp.

Cognome

Nome

Matr.

c.l. Fisica

Analisi 2

prof. Molteni/Peloso

13 Giugno 2016

II prova intermedia

versione C

1c] (4 p.ti) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia $f_n(x) := \frac{n^2 - xn^5}{2x^4n + 2n^5}$.

(a) Su quale dominio D e per quale funzione f la sequenza converge puntualmente ad f in D ?

(b) La convergenza è uniforme in \mathbb{R} ?

(c) La convergenza è uniforme in $[-5, 5]$?

Risp. (a)

(b)

(c)

2c] (4 p.ti) Qual è il dominio di convergenza delle serie $\Sigma_1 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5 + 3^n}{2n^2 + n} x^n$, $\Sigma_2 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 - n^2}{2n^3 + 7 \cos n} x^n$?

Risp. (Σ_1)

(Σ_2)

3c] (4 p.ti) Trovare tutti i punti stazionari di $f(x, y) := xy^2 - 4x + y^3 + 4y$ e per ciascuno di essi stabilire se si tratti di un punto di massimo, di minimo o di un punto di sella.

Risp.

4c] (6 p.ti) Descrivere l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$y'' + y' - 6y = -12x - 16$$

Risp.

5c] (6 p.ti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - 3y'' + 2y' - 6y = 0 \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = 7 \\ y''(0) = 17 \end{cases}$$

Risp.

6c] (6 p.ti) Discutere l'esistenza ed unicità delle soluzioni **locali** del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -4x\sqrt{2-y} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di α in \mathbb{R} , e (se possibile), determinarle esplicitamente.

Risp.