

Cognome

Nome

Matr.

c.l. Fisica

**Analisi 2**

prof. Molteni/Peloso

13 Giugno 2016

**II prova intermedia**

versione A

**1a]** (6 p.ti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - y'' + 9y' - 9y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 4 \\ y''(0) = 10 \end{cases}$$

**Risp.**

**2a]** (4 p.ti) Qual è il dominio di convergenza delle serie  $\Sigma_1 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 3n + 1}{7 \sin n + 8n^3} x^n$ ,  $\Sigma_2 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^4 + 1}{2^n + 8} x^n$ ?

**Risp.** ( $\Sigma_1$ )

( $\Sigma_2$ )

**3a]** (4 p.ti) Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  sia  $f_n(x) := \frac{n + xn^3}{n^3 + 3x^2n}$ .

(a) Su quale dominio  $D$  e per quale funzione  $f$  la sequenza converge puntualmente ad  $f$  in  $D$ ?

(b) La convergenza è uniforme in  $\mathbb{R}$ ?

(c) La convergenza è uniforme in  $[-10, 10]$ ?

**Risp.** (a)

(b)

(c)

**4a]** (4 p.ti) Trovare tutti i punti stazionari di  $f(x, y) := (x + y)y^2 - x + y$  e per ciascuno di essi stabilire se si tratti di un punto di massimo, di minimo o di un punto di sella.

**Risp.**

**5a]** (6 p.ti) Descrivere l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$y'' - y' - 12y = 2 - 12x$$

**Risp.**

**6a]** (6 p.ti) Discutere l'esistenza ed unicità delle soluzioni **locali** del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 4x\sqrt{y+3} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di  $\alpha$  in  $\mathbb{R}$ , e (se possibile), determinarle esplicitamente.

**Risp.**

Cognome

Nome

Matr.

c.l. Fisica

Analisi 2

prof. Molteni/Peloso

13 Giugno 2016

II prova intermedia

versione B

1b] (4 p.ti) Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  sia  $f_n(x) := \frac{xn^4 + 5n^2}{3x^2n + 2n^4}$ .

(a) Su quale dominio  $D$  e per quale funzione  $f$  la sequenza converge puntualmente ad  $f$  in  $D$ ?

(b) La convergenza è uniforme in  $\mathbb{R}$ ?

(c) La convergenza è uniforme in  $[-25, 25]$ ?

Risp. (a)

(b)

(c)

2b] (6 p.ti) Descrivere l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$y'' + 3y' - 10y = 7x - 20$$

Risp.

3b] (4 p.ti) Trovare tutti i punti stazionari di  $f(x, y) := (y - x)x^2 - x - y$  e per ciascuno di essi stabilire se si tratti di un punto di massimo, di minimo o di un punto di sella.

Risp.

4b] (4 p.ti) Qual è il dominio di convergenza delle serie  $\Sigma_1 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 7n}{5 + 3^n} x^n$ ,  $\Sigma_2 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 3n}{2n^3 + 7 \log n} x^n$ ?

Risp. ( $\Sigma_1$ )

( $\Sigma_2$ )

5b] (6 p.ti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - 2y'' + 4y' - 8y = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = -4 \\ y''(0) = -8 \end{cases}$$

Risp.

**6b]** (6 p.ti) Discutere l'esistenza ed unicità delle soluzioni **locali** del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 8x\sqrt{y-2} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di  $\alpha$  in  $\mathbb{R}$ , e (se possibile), determinarle esplicitamente.

**Risp.**

Cognome

Nome

Matr.

c.l. Fisica

Analisi 2

prof. Molteni/Peloso

13 Giugno 2016

II prova intermedia

versione C

1c] (4 p.ti) Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  sia  $f_n(x) := \frac{n^2 - xn^5}{2x^4n + 2n^5}$ .

(a) Su quale dominio  $D$  e per quale funzione  $f$  la sequenza converge puntualmente ad  $f$  in  $D$ ?

(b) La convergenza è uniforme in  $\mathbb{R}$ ?

(c) La convergenza è uniforme in  $[-5, 5]$ ?

Risp. (a)

(b)

(c)

2c] (4 p.ti) Qual è il dominio di convergenza delle serie  $\Sigma_1 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5 + 3^n}{2n^2 + n} x^n$ ,  $\Sigma_2 := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 - n^2}{2n^3 + 7 \cos n} x^n$ ?

Risp. ( $\Sigma_1$ )

( $\Sigma_2$ )

3c] (4 p.ti) Trovare tutti i punti stazionari di  $f(x, y) := xy^2 - 4x + y^3 + 4y$  e per ciascuno di essi stabilire se si tratti di un punto di massimo, di minimo o di un punto di sella.

Risp.

4c] (6 p.ti) Descrivere l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$y'' + y' - 6y = -12x - 16$$

Risp.

5c] (6 p.ti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - 3y'' + 2y' - 6y = 0 \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = 7 \\ y''(0) = 17 \end{cases}$$

Risp.

**6c]** (6 p.ti) Discutere l'esistenza ed unicità delle soluzioni **locali** del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -4x\sqrt{2-y} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di  $\alpha$  in  $\mathbb{R}$ , e (se possibile), determinarle esplicitamente.

**Risp.**